Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS MAINTENANCE DES SYSTÈMES • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse** (13 questions) — **Page 3**

2. **Probabilités et obsolescence programmée des smartphones** (13 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsms.fr/assets/annales/bts-ms/E2 - Mathématiques/2018/BTS MS - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d’un train à très haute vitesse

Le départ d’un wagon propulsé électromagnétiquement est modélisé par une fonction donnant sa distance parcourue au cours du temps. Les questions étudient une équation différentielle, les variations et la vitesse du wagon, puis l’aire d’une pièce dessinée pour aménager les futures gares.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

On écrit $y' = 0,2y$. Les solutions sont de la forme $y(t) = ke^{0,2t}$, où k est une constante réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

$g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. On retrouve le second membre de l’équation : g en est donc une solution.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> g est une solution de $y' - 0,2y = 3t$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ les solutions de l’équation homogène, $ke^{0,2t}$. La constante k est réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Sachant qu’au temps t = 0 le wagon est au point de départ, déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0.

Dans la solution générale, $f(0) = k - 75$. La condition $f(0) = 0$ impose donc $k = 75$. En remplaçant k, on obtient la fonction cherchée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75$.

B. Étude de fonction et application

Question 1.a. À partir des expressions fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, donc à $t \geq 0$. Cette condition est vérifiée sur tout l'intervalle étudié.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1.b. Déduire de la question précédente les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	positif sur $[0, 3]$	
Valeur de $f(t)$	0	$75e^{0,6} - 120$

La fonction est donc croissante sur $[0, 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est croissante sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Après une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. Arrondi au dixième de kilomètre, cela donne $1,6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Distance parcourue : **1,6 km**.

Question 3.a. Sachant que f'(t) correspond à la vitesse du wagon en kilomètres par minute, déterminer cette vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse à deux minutes est $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$ km/min. Arrondie au dixième, elle vaut $7,4$ km/min.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(2) \approx \mathbf{7,4}$ km/min.

Question 3.b. Indiquer si l'objectif des ingénieurs, qui est d'atteindre une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de 2 minutes, est atteint, et justifier la réponse.

À deux minutes, la vitesse vaut environ $7,377 \times 60 = 442,6$ km/h, donc dépasse 400 km/h. Comme $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$ est continue et croissante, le seuil de 400 km/h a été atteint avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint avant 2 minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Recopier la réponse choisie ; aucune justification n'est demandée.

La tangente en $t = 2$ a pour pente $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. La troisième proposition a cette pente et le terme constant correspondant.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire, en s'appuyant sur le schéma et le repère.

Sur le schéma, le rectangle OPQR a une largeur de 3 et une hauteur de 2,25. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire : c'est la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

Avec la primitive fournie, $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx = \frac{27}{4}[\ln(x^2+9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est deux fois l'aire à droite de l'axe des ordonnées. Cette aire droite est le rectangle moins la région sous la courbe : $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx \mathbf{4,143}$ u. a.

2. Probabilités et obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle parmi des smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral visant à vérifier une proportion annoncée de personnes estimant que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

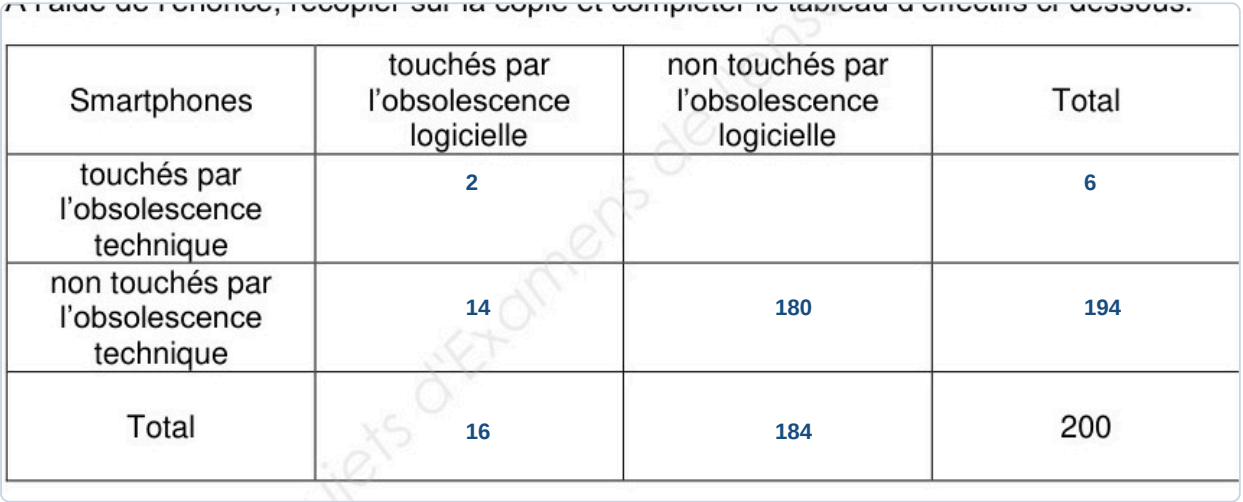
A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé sur les 200 smartphones, compléter le tableau des effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, avec les totaux.

Sur 200 smartphones, 8 % sont touchés par L, soit 16 appareils. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2. Au total, 6 sont touchés par T. On complète les autres cases et les totaux par différence.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété



Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2		6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases du tableau : 2, 4, 14 et 180 ; totaux : 6, 194, 16, 184 et 200 smartphones.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant que L est réalisé.

Les proportions indiquées dans l'énoncé donnent directement les probabilités de T et de L. La probabilité conditionnelle demandée est celle de T parmi les appareils déjà touchés par L. En notation usuelle, elle s'écrit aussi $P(T \mid L)$.

$P(T) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}08$ et $P_L(T) = 0{,}125$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Les probabilités demandées sont $P(T) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}08$ et $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3.a. Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).

La probabilité que les deux obsolescences soient présentes se calcule à partir de la probabilité conditionnelle donnée : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. Ainsi, $0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$. La probabilité est sans unité et s'exprime aussi en pourcentage.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité d'une double obsolescence est $P(T \cap L) = 0{,}010$, soit 1 %.

Question 3.b. Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

Pour compter les smartphones touchés par au moins une obsolescence, on additionne les probabilités de T et L, puis on retranche leur intersection, comptée deux fois :

1. $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$.
2. $0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité d'au moins une obsolescence vaut $P(T \cup L) = 0{,}100$, soit 10 %.

Question 3.c. Calculer P_T(L), la probabilité que le smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

On cherche la proportion d'appareils touchés par L parmi ceux touchés par T. La formule conditionnelle est $P_T(L) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)}$. En remplaçant par les probabilités précédentes, $P_T(L) = 0{,}01 / 0{,}03 = 1/3$. L'arrondi demandé dans l'exercice est au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Parmi les smartphones touchés par T, environ $0{,}333$, soit 33,3 %, sont également touchés par L.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui associe à chaque lot de 50 smartphones le nombre de smartphones non réparables, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve à deux issues : le smartphone est non réparable avec probabilité $0{,}045$, ou il est réparable. Les 50 tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants, et leur nombre est fixe. Le nombre X de smartphones non réparables suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La variable aléatoire suit la loi binomiale $X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0{,}045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si aucun des 50 n'est non réparable, c'est-à-dire si $X = 0$. Pour chaque smartphone, la probabilité d'être réparable est $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Par indépendance des tirages, $P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$, arrondi au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est $0{,}100$, au millième près.

Question 3.a. Exécuter à la main l'algorithme donné et compléter le tableau pour i allant de 0 à 3 avec les valeurs de P(X = i) et de la somme S.

Pour chaque valeur de i, on calcule $P(X = i)$, puis on l'ajoute à la somme S. Les probabilités et sommes cumulées ci-dessous sont arrondies au millième, comme demandé dans l'énoncé.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S après l'itération	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3.b. **Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte des smartphones non réparables.**

La boucle additionne les probabilités pour $i = 0, 1, 2, 3$. Ainsi, $S = P(X \leq 3)$: elle mesure la probabilité qu'un lot comporte au plus trois smartphones non réparables. La somme des valeurs de l'algorithme est environ $0{,}813$, soit près de 81,3 % des lots.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $S \approx 0{,}813$: environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. **Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.**

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut $E(X) = np$. Ici, $E(X) = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. Cette valeur est une moyenne théorique : sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre de non réparables par lot sera en moyenne proche de 2,25.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Un lot de 50 smartphones compte en moyenne $2{,}25$ appareils non réparables.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. **Choisir la valeur approchée de h, arrondie au centième, telle que sous l'hypothèse nulle la probabilité que F soit comprise entre 0,55 - h et 0,55 + h soit égale à 0,95.**

Sous H_0, l'intervalle central contenant 95 % des valeurs d'une loi normale s'étend approximativement à $1{,}96$ écarts types de la moyenne. Avec l'écart type $0{,}037$, on obtient $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$. Arrondi au centième, cela donne la réponse proposée parmi les choix.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La valeur de h arrondie au centième est $0{,}07$.

Question 2°. **Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour tester H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.**

Au seuil de 5 %, l'intervalle d'acceptation est centré sur $0{,}55$, avec la valeur $h = 0{,}07$ déterminée précédemment. La règle est :

- si la fréquence observée appartient à $[0{,}48\,;\,0{,}62]$, on ne rejette pas H_0 ;
- si elle est à l'extérieur de cet intervalle, on rejette H_0.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Ne pas rejeter H_0 si $F \in [0{,}48\,;\,0{,}62]$; la rejeter sinon.

Question 3°. À partir des réponses de 76 personnes parmi les 180 interrogées, donner la conclusion du test concernant la proportion annoncée de 55 % de Français estimant que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La fréquence observée dans l'échantillon est $F = 76/180 \approx 0{,}422$. Cette valeur est inférieure à la borne basse $0{,}48$ de l'intervalle d'acceptation. Elle se situe donc dans la zone de rejet du test bilatéral au seuil de 5 % : l'hypothèse d'une proportion de 55 % est rejetée.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

On rejette H_0 au seuil de 5 % : l'enquête ne confirme pas la proportion annoncée de 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure 2 heures. Le coefficient dépend de la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 porte sur les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et un test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 3t, la solution générale s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance par rapport au temps ; il faut conserver des unités compatibles pour comparer à 400 km/h.
- Si X suit une loi binomiale de paramètres n et p, alors E(X) = np et P(X = i) = C(n,i)p^i(1-p)^(n-i).
- Dans un test bilatéral au seuil de 5 %, la zone d'acceptation centrale regroupe 95 % des valeurs sous l'hypothèse nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer distance et vitesse, puis convertir les unités avant de comparer la vitesse en km/min à 400 km/h.
- Pour l'aire hachurée, utiliser le schéma, les bornes d'intégration et la symétrie de la pièce par rapport à l'axe des ordonnées.
- Dans le tableau d'effectifs, vérifier les totaux des lignes, des colonnes et l'effectif total de 200 smartphones.
- Pour le test, calculer la fréquence observée et la comparer aux bornes de la zone d'acceptation.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer les variations d'une fonction à partir de sa dérivée ?

On étudie le signe de la dérivée sur l'intervalle considéré. La fonction est croissante lorsque sa dérivée est positive et décroissante lorsqu'elle est négative. Un changement de signe peut signaler un extremum.

Q : Quelles conditions permettent de modéliser le nombre de smartphones non réparables par une loi binomiale ?

Il faut un nombre fixe de tirages, deux issues possibles, une probabilité constante et des tirages indépendants. L'énoncé assimile le prélèvement à des tirages avec remise, ce qui permet d'utiliser la loi binomiale.

Q : Comment gérer le temps pour cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties peuvent être traitées indépendamment. Avancez sur les questions accessibles, réservez du temps aux justifications et vérifiez les arrondis, les unités et les réponses aux QCM.

Q : Que faut-il préciser pour conclure correctement le test d'hypothèse ?

Calculez la fréquence observée, comparez-la à la zone d'acceptation définie au seuil de 5 %, puis indiquez si les données conduisent à rejeter H0. La conclusion porte sur ce test et ne prouve pas l'hypothèse nulle.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsms.fr/assets/annales/bts-ms/E2 - Mathématiques/2018/BTS MS - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Maintenance des Systèmes : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.